Herleitung einer unternehmenseigenen Sterbetafel für Rentenversicherungen

Einleitung

GRÜNDE FÜR UNTERNEHMENSEIGENE STERBETAFELN

Einleitung

- Anwendungsgebiete für unternehmenseigene Sterbetafeln:
  - Kontrolle der für die Deckungsrückstellung genutzten Rechnungsgrundlagen
  - Profit Testing
  - Best-Estimate-Reserve gemäß Solvency II

- Insbesondere auch für Teilbestände

Agenda

1. Sterbewahrscheinlichkeit und klassische Ausgleichsverfahren

2. Olbricht-Miller-Verfahren für Rentenversicherungen

3. Anwendung auf den VERKA-Bestand

Sterbewahrscheinlichkeit und klassische Ausgleichsverfahren

DIE ENTWICKLUNG EINER STERBETAFEL

Sterbewahrscheinlichkeit

Beobachtete Daten

- Bestandsgröße zu Beginn der Beobachtung L_x
- Anzahl an Todesfällen innerhalb der Beobachtungszeit D_x
- je Alter x und Geschlecht

Roh-sterblichkeit

- Relative Sterbehäufigkeit

$$q_x = \frac{D_x}{L_x}$$

Ausgleich

- Glättung der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten
- 3 Klassen von (klassischen) Ausgleichsverfahren

Klassische Ausgleichsverfahren

- Grafisch
  - möglichst glatte Kurve anpassen
- Mechanisch
  - Ausgleich über benachbarte Werte
    - Punkteverfahren von Schärtlin und Spencer
    - Whittaker-Henderson
- Analytisch
  - Sterbegesetze als analytische Funktion

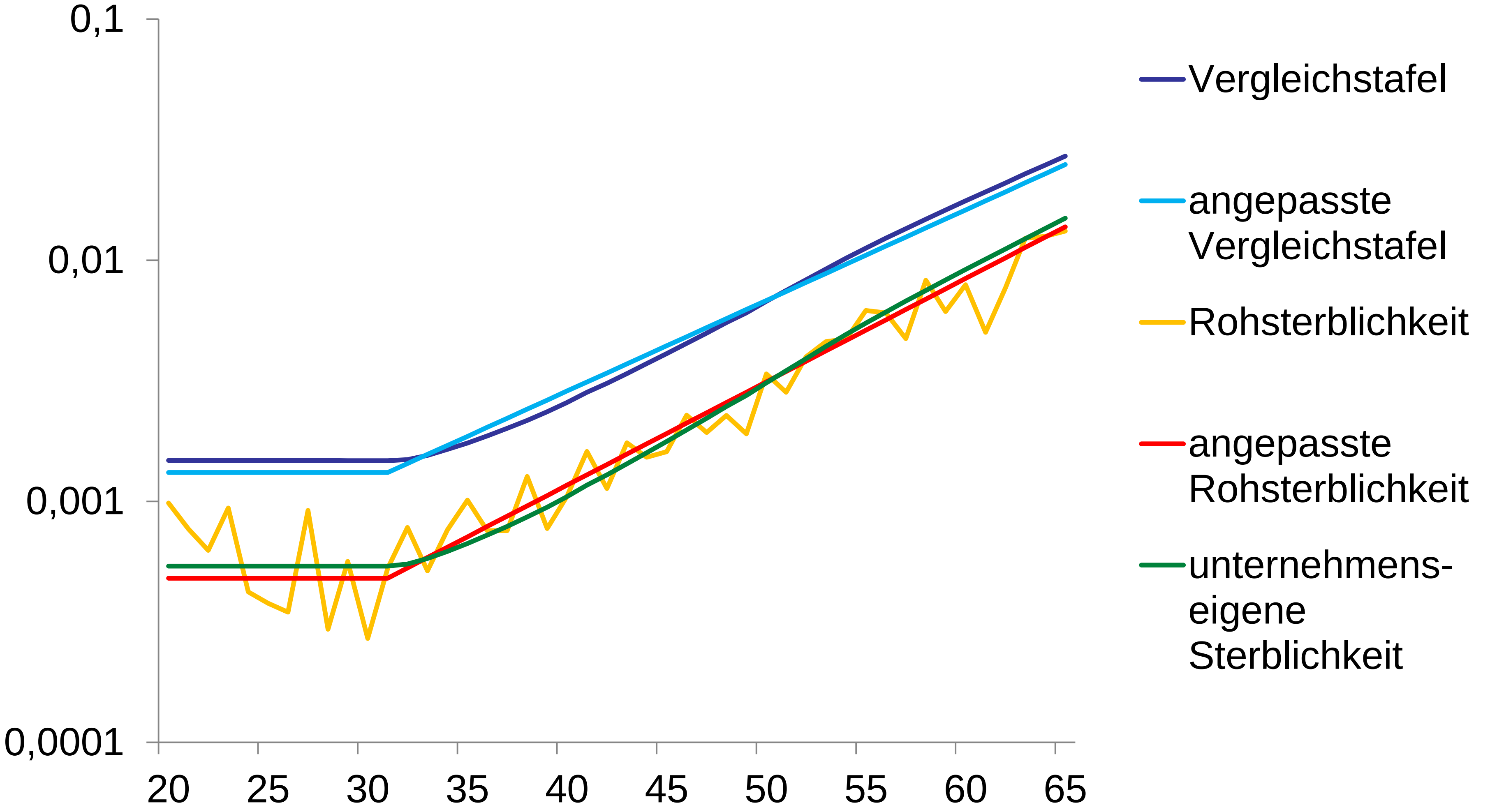
Olbricht-Miller-Verfahren

EIN ALTERNATIVES AUSGLEICHSVERFAHREN

Olbricht-Miller-Verfahren

- Ziel
  - Bestimmung unternehmenseigener Sterbetafeln
  - Anwendbar für kleine (Teil-)Bestände
- Idee
  - Anpassung einer Vergleichstafel an die unternehmenseigenen Rohsterblichkeiten
  - Kombination beider Extreme
    - Berechnung und Ausgleichung von Rohsterblichkeiten
    - Angabe eines für alle Alter einheitlichen Faktors

Olbricht-Miller-Verfahren



Olbricht-Miller-Verfahren

Modell

$$q_x = \exp(f_x + \epsilon_x)$$

Stückweise lineare Funktion

$$f_x = \begin{cases} \beta_0, & x \in [x_0, x_1] \\ \beta_1 x + \beta_2, & x \in [x_1 + 1, x_2] \end{cases}$$

Neben-bedingung

$$\beta_0 = \beta_1 x_1 + \beta_2$$

Olbricht-Miller-Verfahren

Trans-formation

$$q_x \rightarrow \ln(q_x) := \begin{cases} \ln(q_x), & q_x > 0 \\ \min\{\ln(q_x) \mid q_x > 0\}, & q_x = 0 \end{cases}$$

Fehler

- Unabhängig identisch verteilt

$$\epsilon_x \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Lineares Modell

$$\ln(q_x) = f_x + \epsilon_x$$

Olbricht-Miller-Verfahren

Abstands-funktion

$$D = \sum_{x=x_0}^{x_2} L_x^U \left|\ln(q_x) - f_x\right|$$

Minimierung

$$D(\beta) = \sum_{x=x_0}^{x_1} L_x^U \left|\ln(q_x) - \beta_0\right| + \sum_{x=x_1+1}^{x_2} L_x^U \left|\ln(q_x) - \beta_1 x_1 - \beta_2\right|$$

Lösung

$\beta^* = (\beta_0^*, \beta_1^*, \beta_2^*)$ $\Longrightarrow$ angepasste Funktion $f_x^* \coloneqq f_x(\beta^*)$

Olbricht-Miller-Verfahren

Rücktrans-formation

- Rücktransformation mit Fehlerkorrektur

$$f_x^* \rightarrow \exp\left(f_x^* + \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)$$

Varianz schätzen

- Robuste Schätzung der Varianz mittels modifizierten Quartilsabstand und Median des absoluten Median

$$\hat{\sigma} = \frac{QAD}{1{,}35} \quad \text{und} \quad \hat{\sigma} = \frac{MAD}{1{,}35}$$

Korrektur-faktor

- Altersabhängiger Korrekturfaktor k_x
- Unternehmenseigene Basistafel mit Bezugsjahr s

$$q_{x,s}^U := k_x \cdot q_x^{Ver}$$

Olbricht-Miller-Verfahren

Trends

- Bestimmung aktueller Trends aus Bevölkerungsdaten
- Übernahme der Trends aus der Vergleichstafel

$$s \geq \text{Bezugsjahr der Vergleichstafel}$$

Tafel 2. Ordnung

$$q_{x,t}^{U} = q_{x,s}^{U} \cdot \exp\left(-\sum_{u=s}^{t-1} F(x,u)\right)$$

Tafel 1. Ordnung

- Sicherheitsabschläge auf die Basistafel (Schwankungszuschlag)
- Sicherheitsmargen auf die Trends

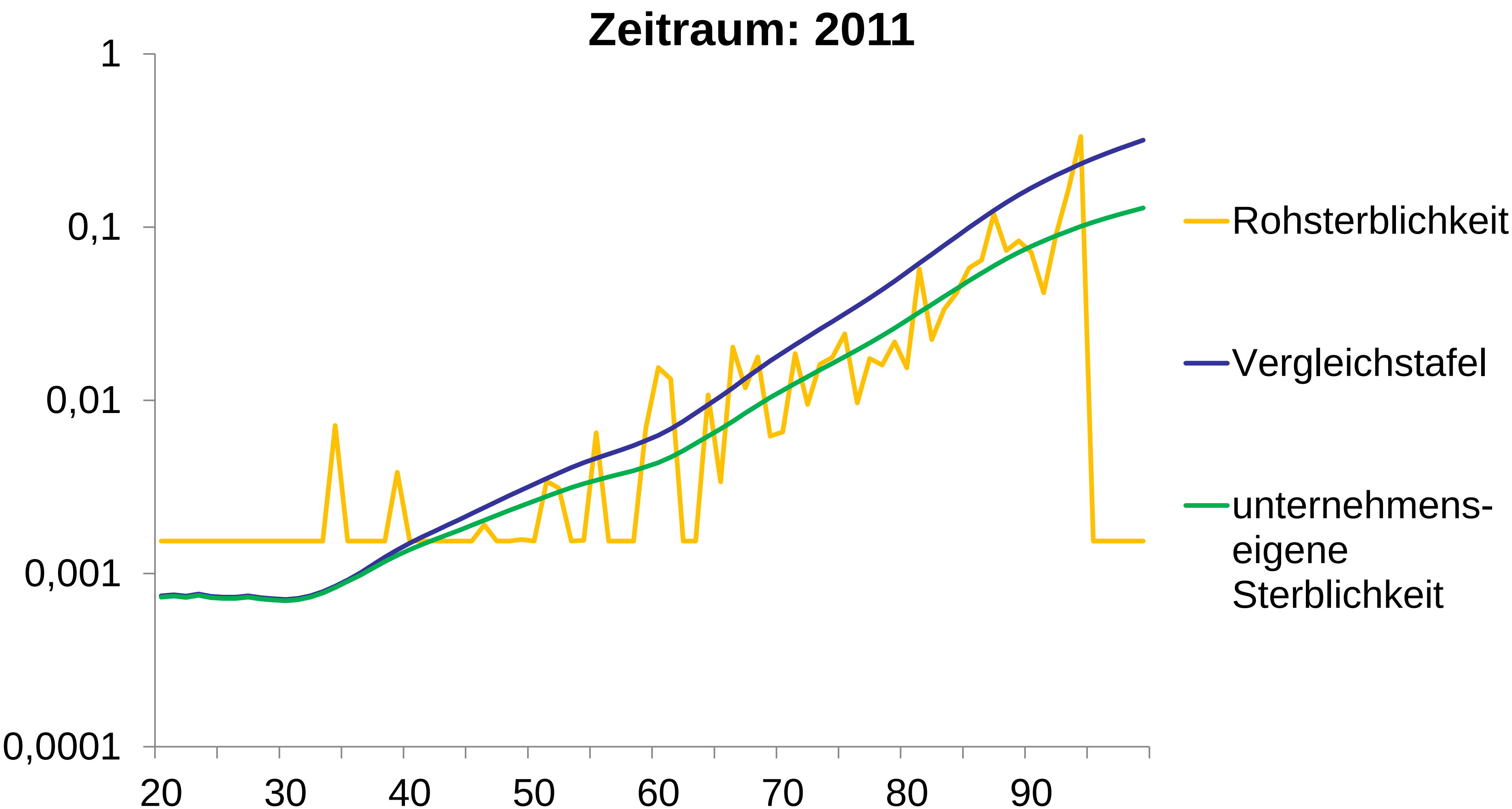
Anwendung auf den VERKA-Bestand

ERGEBNISSE UND STELLSCHRAUBEN

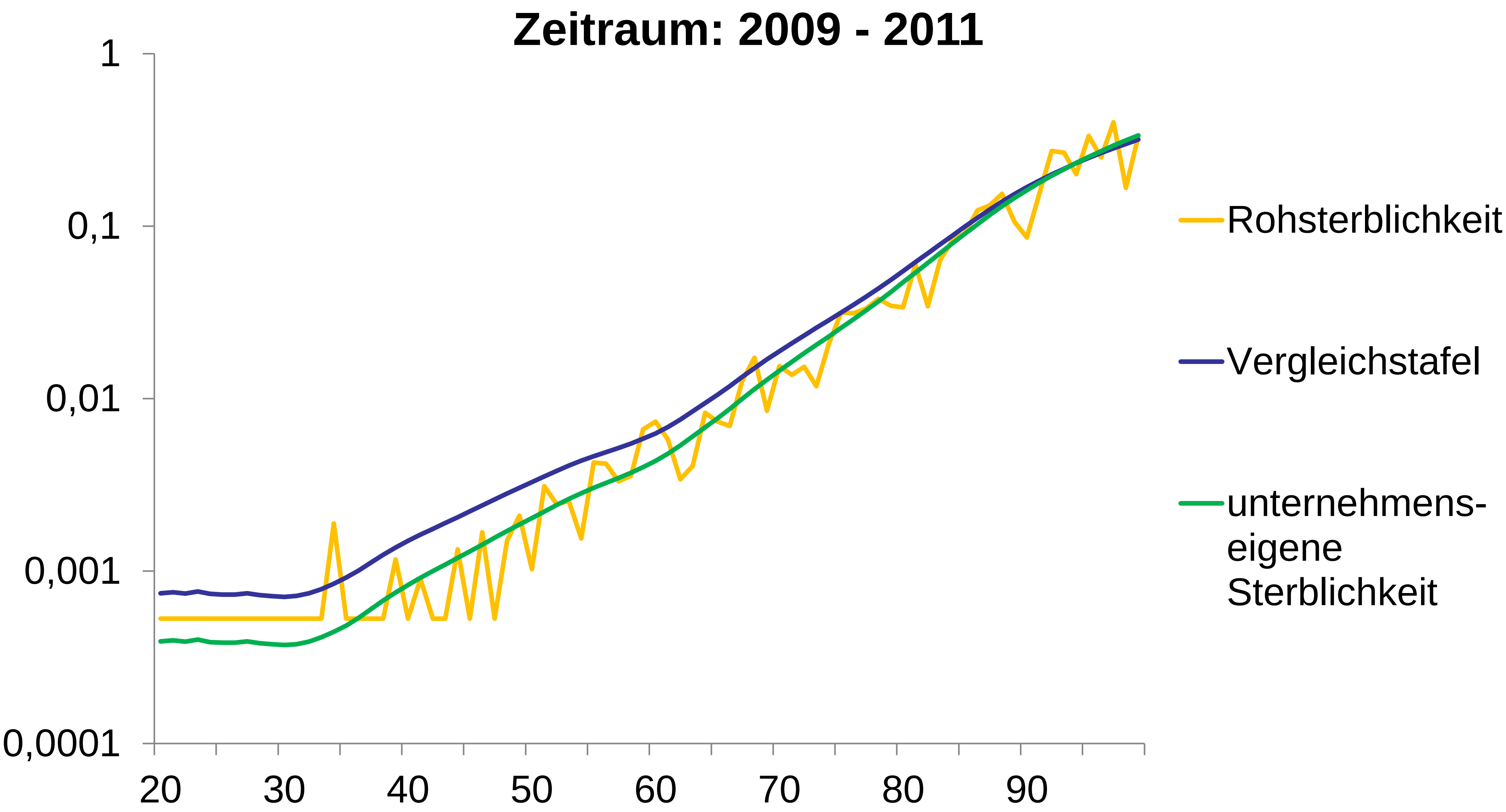
Annahmen

- Vergleichstafel: DAV 2004 R Aggregattafel 2. Ordnung
- Altersbereich: 20 bis 99 Jahre
- Daten: Sammelverband und Abrechnungsverbände
  - Bestandsgröße zu Jahresbeginn
  - Todesfälle innerhalb eines Kalenderjahres
  - Keine Klassifizierung nach Produkten
- Knickpunkt gemäß Methode der kleinsten Quadrate
  - Männer: 35
  - Frauen: 31

Männer

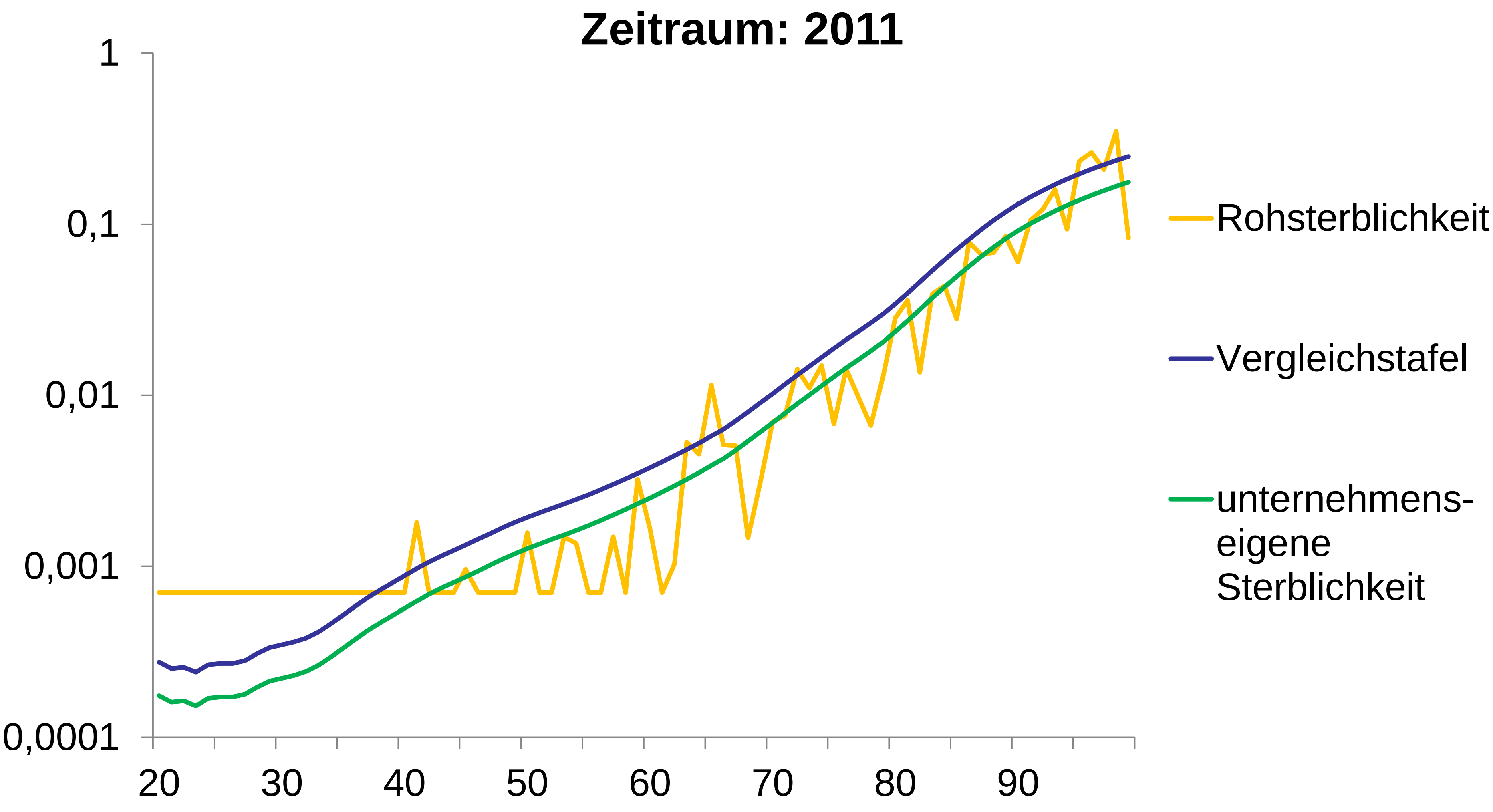

Zeitraum: 2011
1
0,1
0,01
0,001
0,0001
20
30
40
50
60
70
80
90
Rohsterblichkeit
Vergleichstafel
unternehmens-eigene Sterblichkeit

Männer



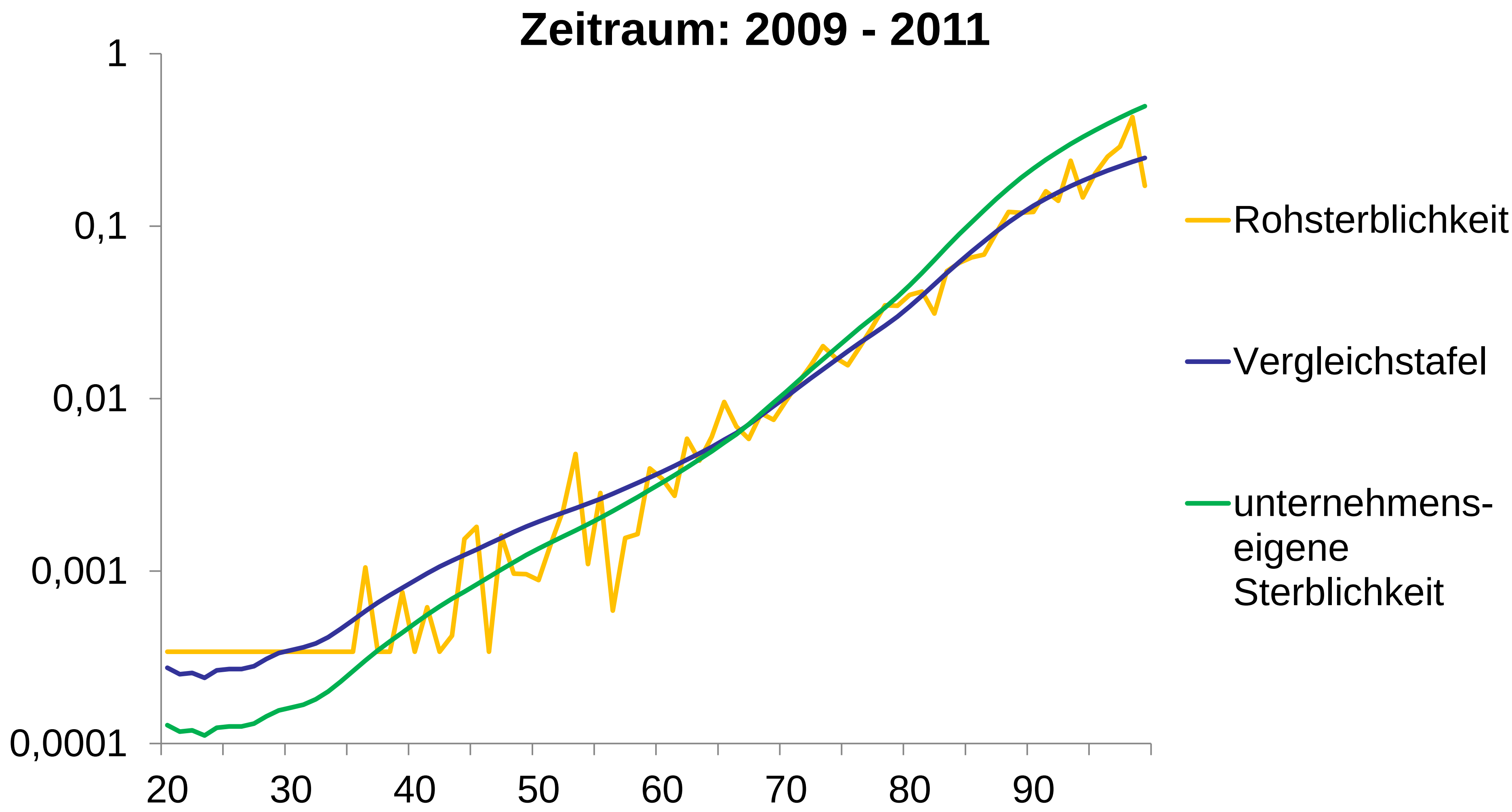
Zeitraum: 2009 - 2011
1
0,1
0,01
0,001
0,0001
20
30
40
50
60
70
80
90
Rohsterblichkeit
Vergleichstafel
unternehmens-eigene Sterblichkeit

Frauen



Zeitraum: 2011
1
0,1
0,01
0,001
0,0001
20
30
40
50
60
70
80
90
Rohsterblichkeit
Vergleichstafel
unternehmens-
eigene
Sterblichkeit

Frauen



Zeitraum: 2009 - 2011
1
0,1
0,01
0,001
0,0001
20
30
40
50
60
70
80
90
Rohsterblichkeit
Vergleichstafel
unternehmens-eigene Sterblichkeit

Fazit

- Alternatives Ausgleichsverfahren
  - Nicht erwartungstreu, daher eher als Tafel 2. Ordnung geeignet

- Einflussmöglichkeiten:
  - Vergleichstafel
  - Beobachtungszeitraum
  - Wert bei keinen beobachteten Todesfällen
  - Altersbereich
  - Knickpunkt
  - …

Vielen Dank

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Fragen?